

滚道表面波纹度对 球轴承振动特征的影响研究

重庆大学机械传动国家重点实验室 邵毅敏、刘静

摘要：滚道表面波纹度是导致滚动轴承产生振动与噪声的主要因素之一。针对这一问题，应用时变激励滚动轴承波纹度动力学模型，分析了波纹度波数和幅值对滚动体与内、外圈滚道表面之间接触刚度的影响规律；研究了波纹度激励下的轴承的振动响应特征；分析了内、外圈滚道表面波纹度波数和幅值对轴承振动响应特征的影响规律。

关键词：球轴承；波纹度；振动特征

前言

滚动轴承的各部件表面不可避免地存在形状误差，其波纹度、粗糙度和圆度是滚动轴承内、外圈表面的主要形状误差。轴承滚道表面存在波纹度时，波纹度不仅会引起周期性的位移激励，还会使滚动体与滚道之间的接触刚度发生周期性变化，导致滚动体与滚道之间接触力周期性变化，造成轴承及转子系统产生异常振动和疲劳破坏。

在滚动轴承表面波纹度动力学建模与其振动特征方面，国内外学者已经开展了大量的研究工作。Tallian 和 Gustafsson^[1]建立了滚动轴承线性动力学模型，研究了表面波纹度阶次对滚动轴承在通过频率处的振动幅值的影响。Yhland^[2]通过实验方法，研究了波纹度阶次变化对轴承轴向和径向振动频率的影响规律。Wardle 和 Poon^[3]研究了球的个数与波纹度阶次对球轴承振动特性影响的规律，即球的个数与波纹度阶次一致时，轴承的振动水平将明显增加。Wardle^[4]建立了球轴承分析模型，通过预测由载荷与变形之间非线性特性引起的振动频率，解释了波纹度幅值和激励力之间的关系。Choudhury 和 Tandon^[5,6]建立了考虑套圈自由模态和弯曲振动的 2 自由度动力学模型，研究了径向力作用下滚动轴承滚道表面波纹度和滚动体尺寸偏差对轴承振动频率影响的规律。Aktürk^[7-9]等提出了 3 自由度球轴承动力学模型，研究了球个数、预载荷以及波纹度对球轴承振动特性影响的规律。Harsha^[10,11]建立了滚动轴承动力学模型，将表面波纹度描述为与其尺寸相关的正弦函数，研究了滚道表面波纹度阶次对轴承振动特性影响的规律。

Jang 和 Jeong^[12]建立了考虑球轴承表面波纹度的 5 自由度非线性刚性转子动力学模

型，研究了非线性载荷和变形引起的振动频率。Jang 和 Jeong^[13]改进了文献^[12]的模型，建立了考虑球的离心力和陀螺力矩的球轴承分析模型，研究了表面波纹度对球轴承振动特性影响的规律。在文献[13]模型的基础上，Jang 和 Jeong^[14]建立了由 2 个或者 2 个以上球轴承支承的转子系统动力学模型，研究了表面波纹度对转子系统振动特性影响的规律。基于文献[14]的模型，Jang 和 Jeong^[15]建立了考虑波纹度的转子系统动力学模型，对转子系统的稳定性进行了研究。Bai 和 Xu^[16]考虑球的离心力、陀螺力矩、游隙、波纹度以及保持架时变速度的影响，建立了 5 自由度转子系统动力学模型，研究了高速工况下，游隙、表面波纹度、预载荷和径向力对转子系统的非线性稳定性和振动特性影响的规律，即游隙、轴向预载荷和径向载荷对系统的稳定性有重要影响。Wang^[17]等考虑了圆柱滚子轴承的滚子偏斜和弯曲的影响，提出了 4 自由度转子系统动力学模型，研究了轴承内部游隙、表面波纹度、阻尼、径向力以及不平衡力对圆柱滚子轴承转子系统振动特性影响的规律。Kankar^[18]等将球轴承考虑为对称安装方式，基于正弦函数，建立了 2 自由度转子—轴承系统动力学模型，研究了内、外圈滚道表面波纹度对转子—轴承系统动力学特性影响的规律。

综上所述，目前虽然已有大量关于滚动轴承表面波纹度激励机理的研究，但是大多数是针对图 1 中的虚线所示的分布形式的表面波纹度开展的研究，关注波纹度诱发的时变位移激励对滚动轴承振动响应特征的影响规律。然而，图 1 虚线所示表面波纹度的时变接触刚度激励，以及图 1 实线所示表面波纹度的时变位移激励和时变接触刚度激励的研究尚未开展；尚需对滚动轴承振动响应特征有着怎样的影响，以及如何影响的问题进行研究。

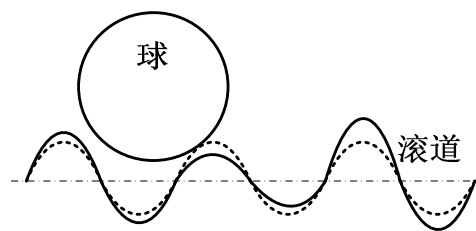


图 1 轴承滚道表面波纹度示意图

针对目前时变位移激励波纹度动力学 (Time-varying displacement excitation, TVD) 模型不能准确描述波纹度引起的时变激励机理的问题，应用时变位移激励和时变接触刚度激励耦合 (Time-varying displacement excitation and time-varying contact stiffness excitation, TVDS) 的滚动轴承波纹度动力学模型^[19]，分析了波纹度波数和幅值对轴承接触刚度的影响规律；研究了波纹度激励下轴承系统的振动响应特征，分析了波纹度波数和幅值对轴承振动响应特征的影响规律。

1 球轴承波纹度动力学模型

1.1 波纹度模型

波纹度模型，任意位置 L_{ws} 处，波纹度 Π 的表达式为^[19]：

$$\Pi = \sum_{s=1}^{N_w} \Pi_{ws} \sin\left(\frac{2\pi L_{ws}}{\lambda_{ws}}\right) \quad (1)$$

式中， N_w 为波纹度总个数， Π_{ws} 为第 s 个波纹度的最大幅值， λ_{ws} 为第 s 个波纹度的平均波长。

1.2 轴承动力学模型

运用综合考虑轴承阻尼、轴承变柔性振动特性和轴承滚道表面波纹度影响的滚动轴承动力学模型^[19]，其 2 自由度滚动轴承系统的动力学方程，表达式为：

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + K_e \sum_{j=1}^Z \lambda_j \delta_j^n \cos \theta_j = w_x \\ m\ddot{y} + c\dot{y} + K_e \sum_{j=1}^Z \lambda_j \delta_j^n \sin \theta_j = w_y \end{cases} \quad (2)$$

式中， m 为内圈和支承轴的总质量， c 为轴承内部阻尼系数， x 和 y 分别为内圈在 X 和 Y 方向的振动位移， \dot{x} 和 \dot{y} 分别为内圈在 X 和 Y 方向的振动速度， \ddot{x} 和 \ddot{y} 分别为内圈在 X 和 Y 方向的振动加速度， w_x 和 w_y 分别为轴承内圈在 X 和 Y 方向所承受的径向力， K_e 为滚动体与内、外圈滚道表面的总接触刚度，可根据 Hertz 接触理论获取； λ_j 为判断第 j 个滚动体是否发生接触的参数，其表达式为：

$$\lambda_j = \begin{cases} 1 & \delta_j > 0 \\ 0 & \delta_j \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

δ_j 为第 j 个滚动体在任意角位置 θ_j 的总接触变形，其表达式为：

$$\delta_j = x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - \gamma + \Pi_i + \Pi_o \quad (4)$$

式中， γ 为滚动轴承内部游隙， Π_i 和 Π_o 分别为内、外圈波纹度引起的位移激励。

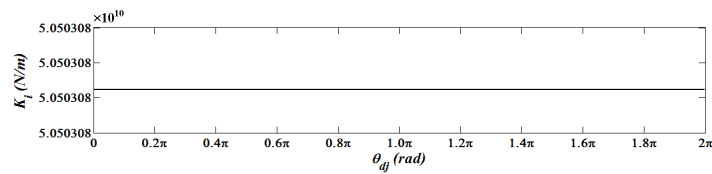
2 TVDS 模型的滚动体与滚道接触刚度计算

基于 TVDS 模型，以深沟球轴承 6308 为例，研究滚道表面波纹度的波数和幅值对滚动体与轴承内、外圈滚道之间的接触刚度的影响规律。

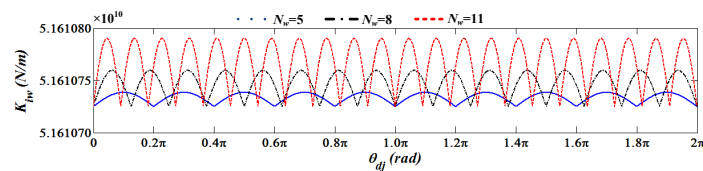
2.1 波纹度波数与轴承接触刚度的关系

选取内、外圈波纹度波数 N_w 分别为 5、8 和 11，最大幅值 Π_{ws} 为 $8 \mu\text{m}$ ，初始幅值 Π_{0s}

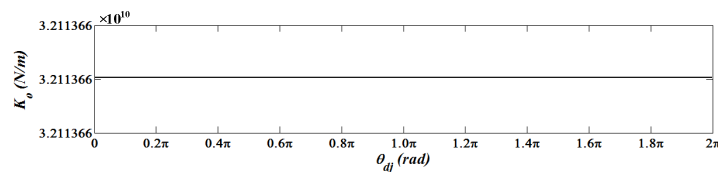
为 $0\mu\text{m}$ 。图 2 (a) 和 (c) 显示，单个球与正常内、外圈滚道之间的接触刚度为恒值，且单个球与内圈滚道之间的接触刚度大于单个与外圈滚道之间的接触刚度。图 2 (b) 和 (d) 显示，单个球与含波纹度的内圈滚道之间的接触刚度大于单个球与正常内圈滚道之间的接触刚度，且随着波纹度波数的增加而增大；单个球与含波纹度的外圈滚道之间的接触刚度小于单个球与正常内圈滚道之间的接触刚度，且也随波纹度波数的增加而增大；相对于 TVD 模型，TVDS 模型能够描述滚动体通过不同波数的波纹度时产生的时变接触刚度。



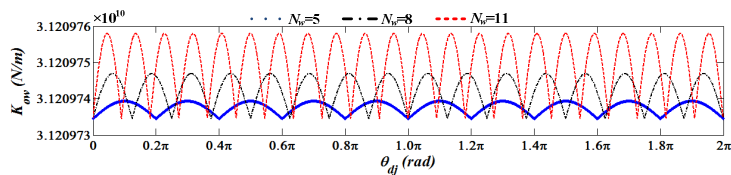
(a) 单个球与正常内圈滚道之间的接触刚度



(b) 单个球与存在波纹度的内圈之间的接触刚度



(c) 单个球与正常外圈滚道之间的接触刚度



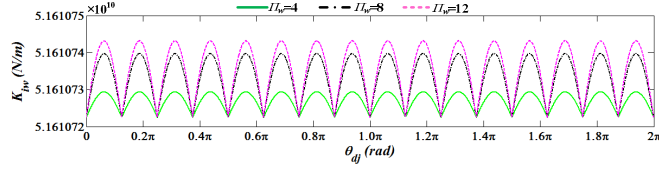
(d) 单个球与存在波纹度的外圈滚道之间的接触刚度

图 2 波纹度波数对单个球与内、外圈滚道之间接触刚度的影响

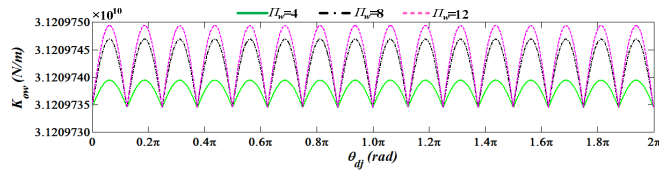
2.2 波纹度最大幅值与轴承接触刚度的关系

选取内、外圈波纹度最大幅值 W_{ws} 分别为 $4\mu\text{m}$ 、 $8\mu\text{m}$ 和 $12\mu\text{m}$ ，初始幅值 W_{0s} 为 $0\mu\text{m}$ ，

波数 N_w 为 8。图 3 显示，单个球与含波纹度的内、外圈滚道之间的接触刚度均随波纹最大幅值的增加而增大；相对于 TVD 模型，TDVS 模型能够描述滚动体通过不同最大幅值的波纹度时产生的时变接触刚度。



(a) 单个球与存在波纹度的内圈滚道之间的接触刚度



(b) 单个球与存在波纹度的外圈滚道之间的接触刚度

图 3 波纹度最大幅值对单个球与内、外圈滚道之间接触刚度的影响

3 波纹度与轴承振动特征之间的关系

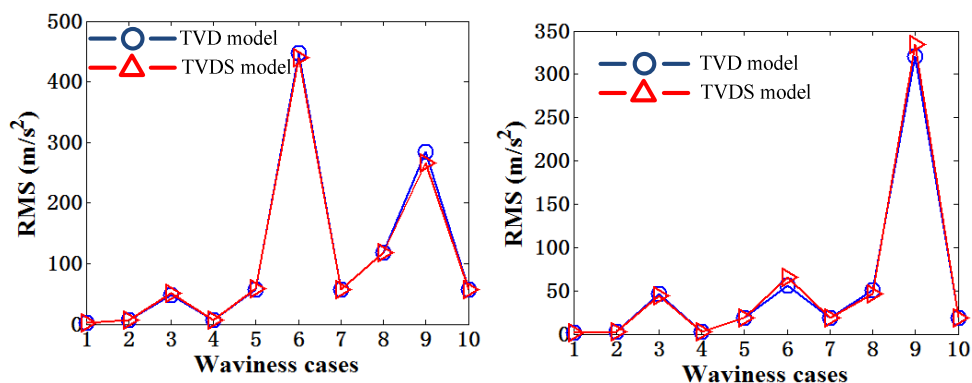
假设 $m=0.6\text{kg}$, $c=200\text{Ns/m}$, $w_x=0\text{N}$, $w_y=20\text{N}$ 和 $N_s=2000\text{r/min}$ 。同时，假设系统的初始位移 $x_0=10^{-6}\text{m}$ 和 $y_0=10^{-6}\text{m}$, 初始速度 $\dot{x}_0=0\text{m/s}$ 和 $\dot{y}_0=0\text{m/s}$, 求解的时间步长 $\Delta t=5\times 10^{-6}\text{s}$ 。选取的波纹度参数计算工况，如表 1 所示。基于 TVDS 模型，采用定步长 4 阶龙格库塔方法求解式 (2)，获取波纹度激励下球轴承的振动响应特征。

表 1 滚道表面波纹度参数

工况	波数/ N_w	最大幅值/ μm	初始幅值/ μm
1	0	0	0
2	7	8	2
3	8	8	2
4	9	8	2
5	15	8	2
6	16	8	2
7	17	8	2
8	23	8	2
9	24	8	2
10	25	8	2

3.1 不同波数度波数激励的 TVD 与 TVDS 模型对比及振动响应特征

图 4 显示，两种模型计算获得的含波数度球轴承的振动加速度响应的 RMS 值大于正常球轴承振动加速度响应的 RMS 值，即其振动能量大于正常球轴承的振动能量；波数度波数为球个数的整数倍时，球轴承振动加速度响应的 RMS 值随波数度波数的变化关系曲线出现峰值。不同波数度波数的波数度激励下，对于内圈波数度，两种模型的相对误差依次为 0.10%，8.78%，0.04%，2.63%，1.83%，0.03%，0.13%，6.61%和 0.03%；对于外圈波数度，两种模型的相对误差依次为 0.06%，4.88%，0.11%，1.98%，16.05%，0.40%，9.47%，4.20%和 0.40%。

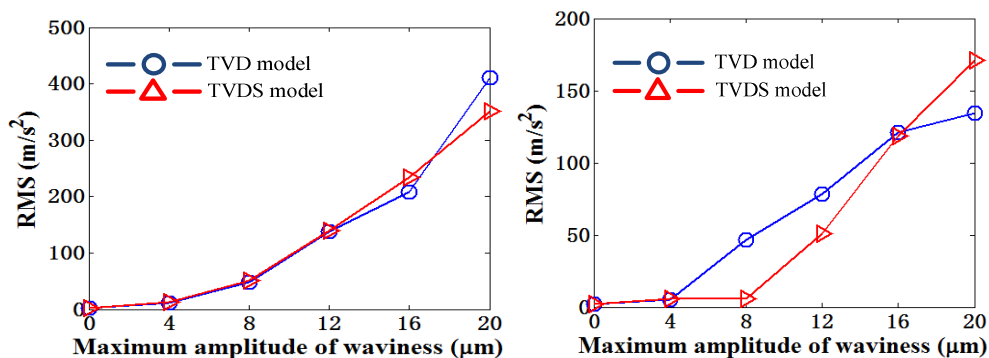


(a) 内圈 (b) 外圈

图 4 波数度波数对球轴承 Y 方向时域振动加速度响应的影响

3.2 不同波数度幅值激励的 TVD 和 TVDS 模型对比与振动响应特征

图 5 显示，两种模型计算获得的含内圈波数度的球轴承的振动加速度响应的 RMS 值随着内圈波数度最大幅值的增大逐渐增大。不同最大幅值的波数度激励下，对于内圈波数度，两种模型的相对误差依次为 4.72%，8.78%，0.62%，11.81%和 14.54%；对于外圈波数度，两种模型的相对误差依次为 7.01%，87.72%，35.15%，1.74%和 26.95%。



(a) 内圈 (b) 外圈

图 5 波数度最大幅值对球轴承时域振动加速度响应的影响

4 结论

应用时变位移激励和时变接触刚度激励耦合的滚动轴承波纹度动力学模型，分析了波纹度波数和最大幅值与滚动体和滚道表面之间接触刚度以及轴承振动特征之间的关系。主要结论如下：

1) 时变位移激励和时变刚度激励耦合的波纹度模型（TVDS 模型）能够同时描述波纹度诱发的时变位移激励和时变接触刚度激励，解决了时变位移激励波纹度模型（TVD 模型）只能描述波纹度诱发的时变位移激励的问题。

2) 球与含波纹度滚道之间的接触刚度随着波纹度波数和最大幅值的增加而增大；波纹度波数为球个数的整数倍时，球轴承振动加速度响应的 RMS 值随波纹度波数的变化关系曲线出现峰值，且其值随波纹度的最大幅值增大而增大。

* 邵毅敏：重庆大学教授，博士，博士生导师，机械传动国家重点实验室副主任，国家自然科学基金会评专家，美国机械工程学会会员

参考文献：

-
- [1] Tallian T E, Gustafsson O G. Progress in rolling bearing vibration research and control. ASLE Transactions, 1965, 8(3): 195-207
 - [2] Yhland E M. Waviness measurement-an instrument for quality control in rolling bearing industry. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineering, 1967, 182(11): 438-445
 - [3] Wardle F P, Poon S Y. Rolling bearings noise, cause and cure. Chartered Mechanical Engineering, 1983, (July/August): 36-40
 - [4] Wardle F P. Vibration force produced by waviness of the rolling surface of thrust loaded ball bearing, Part 1: Theory. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1988, 202(C5): 305-312
 - [5] Choudhury A, Tandon N. A theoretical model to predict vibration response of rolling bearings to distributed defects under radial load . Journal of Vibration and Acoustics, 1998, 120(1): 214-220
 - [6] Tandon N, and Choudhury A. A theoretical model to predict the vibration response of rolling bearings in a rotor bearing system to distributed defects under radial load . Journal of Tribology, 2000, 122(3): 609-615
 - [7] Aktürk N, Uneeb M, Gohar R. The effect of number of balls and preload on vibrations associated with ball bearings. Journal of Tribology, 1997, 119(4): 747-753
 - [8] Aktürk N, Gohar R. The effect of ball size variation on vibrations associated with ball-bearings. Journal of Engineering Tribology, 1998, 212(2): 101-110
 - [9] Aktürk N. The effect of waviness on vibrations associated with ball bearings. Journal of Tribology, 1999, 121(4): 667-677

-
- [10] Harsha S P, Sandeep K, Prakash R. Non-linear dynamic behaviors of rolling element bearings due to surface waviness. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 272(3-5): 557-580
- [11] Harsha S P. Nonlinear dynamic analysis of high-speed rotor supported by rolling element bearings. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 290(1-2): 65-100
- [12] Jang G H, Jeong S W. Nonlinear excitation model of ball bearing waviness in a rigid rotor supported by two or more ball bearings: considering five degrees of freedom. *Journal of Tribology*, 2002, 124(1): 82-90
- [13] Jang G H, Jeong S W. Analysis of a ball bearing with waviness considering the centrifugal force and gyroscopic moment of the ball. *Journal of Tribology*, 2003, 125(3): 487-498
- [14] Jang G H, Jeong S W. Vibration analysis of a rotating system due to the effect of ball bearing waviness. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 269(3-5): 709-726
- [15] Jang G H, Jeong S W. Stability analysis of a rotating system due to the effect of ball bearing waviness. *Journal of Tribology*, 2003, 125(1): 91-101
- [16] Bai C Q, Xu Q Y. Dynamic model of ball bearings with internal clearance and waviness. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 294(1-2): 23-48.
- [17] Wang L Q, Cui L, Zheng D Z, et al. Nonlinear dynamics behaviors of a rotor roller bearing system with radial clearances and waviness considered. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2008, 21(1): 86-96
- [18] Kankar P K, Sharma S C, Harsha S P. Nonlinear vibration signature analysis of a high speed rotor bearing system due to race imperfection. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2012, 7(1): 11-14
- [19] 刘静. 滚动轴承缺陷非线性激励机理与建模研究. 重庆: 重庆大学, 2014